

BADANIA NAUKOWE W INSTYTUCIE DRÓG I MOSTÓW

SCIENTIFIC RESEARCH OF THE
INSTITUTE OF ROADS AND BRIDGES

Praca zbiorowa pod redakcją
Piotra Olszewskiego

Wydział Inżynierii Lądowej
Politechniki Warszawskiej



Monografia jubileuszowa
Instytutu Dróg i Mostów

ISBN 978-83-8156-018-4

Warszawa 2019
Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej

O METODZIE PÓŁODWROTNYCH OBLICZEŃ MODUŁÓW SZTYWNOŚCI WARSTW NAWIERZCHNI DROGOWYCH PODATNYCH NA PODSTAWIE UGIĘĆ

Paweł TUTKA, Roman NAGÓRSKI, Magdalena ZŁOTOWSKA

1. Wstęp

W procesie projektowania i diagnostyki nawierzchni drogowej zasadnicze znaczenia ma wyznaczenie stanu przemieszczeń, naprężeń i odkształceń konstrukcji. Maksymalne odkształcenie rozciągające na spodzie warstw asfaltowych oraz maksymalne odkształcenie ściskające na górze podłoża gruntowego pod działaniem obciążenia naciskiem standardowej osi są podstawowymi wielkościami służącymi ocenie trwałości nawierzchni drogowej podatnej za pomocą metody mechanistyczno-empirycznej [1]. Wyznacza się je przyjmując pewien model mechaniczny nawierzchni oraz zakładając określony schemat obciążenia. Do obliczeń niezbędne są wartości odpowiednich parametrów materiałowych. Można je uzyskać, między innymi, na podstawie tzw. obliczeń półodwrotnych, jeśli znane są ugięcia nawierzchni – np. z pomiarów ugięć nawierzchni rzeczywistych w trakcie odpowiednich badań. Przyjmując, zgodnie z właściwym schematem postępowania, wartości parametrów materiałowych analizowanego modelu nawierzchni obliczamy jej ugięcia i porównujemy je ze znanymi ugięciami tej nawierzchni. Jeśli różnią się nieznacznie według określonego, przyjętego kryterium, to mamy wyznaczone parametry materiałowe modelu nawierzchni.

Najpowszechniej stosowany jest model mechaniczny nawierzchni w postaci półprzestrzeni wielowarstwowej [2], złożonej z jednorodnych i izotropowych warstw sprężystych, których moduły sztywności przyjmuje się jako moduły sprężystości Younga, i które wraz ze współczynnikami Poissona stanowią parametry materiałowe modelu. W pracy założymy, przykładowo, model trójwarstwowy nawierzchni podatnej, którego warstwa górna opisuje warstwy asfaltowe, warstwa

środkowa – podbudowę z kruszywa, a warstwa dolna (o nieskończonej grubości) – podłoże gruntowe. Obciążenie nawierzchni przyjmujemy adekwatnie do badania nawierzchni *in situ*, z którego uzyskujemy realne wartości ugięć. W odniesieniu do takiego badania przedstawimy metodę obliczeń półdwrotnych, zwracając uwagę na pewne praktyczne aspekty schematu postępowania.

Opisane podejście do określania parametrów materiałowych wykorzystywane jest przy badaniach z wykorzystaniem takiego urządzenia jak Falling Weight Deflectometer (FWD) [3] lub Traffic Speed Deflectometer (TSD) [4].

W badaniu FWD siła przykładana jest w konkretnym punkcie nawierzchni, ma ona charakter udarowy, zaś czas obciążenia wynosi od 0,02 do 0,06 s. Mierzone są maksymalne w czasie ugięcia nawierzchni. Jako obciążenie w modelu obliczeniowym MES, przy wykorzystaniu programu Abaqus [5], przyjmujemy obciążenie dynamiczne rozłożone na powierzchni jak w badaniu FWD i tak zmienne w czasie, by odzwierciedlać obciążenie udarowe. W modelu obliczeniowym należy uwzględnić efekty dynamiczne, związane z siłami inercji [6,7].

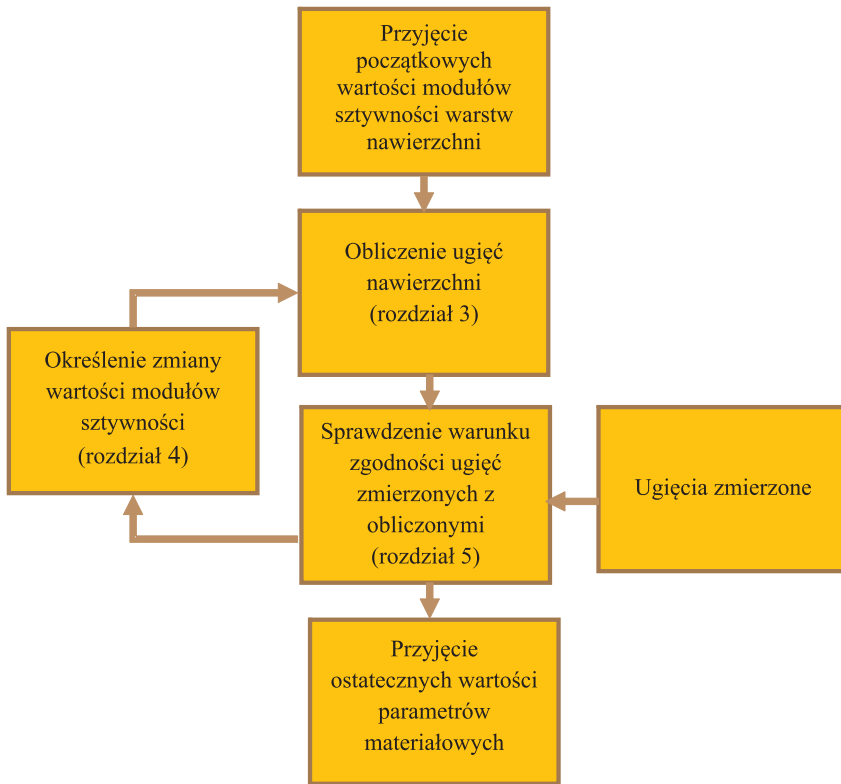
Badanie TSD jest ciągłe – nawierzchnia obciążona jest naciskiem 100 kN osi pojazdu poruszającego się z możliwie stabilną prędkością 40–80 km/h, a mierzone są prędkości ugięć nawierzchni, które następnie przeliczane są na ugięcia. Model obliczeniowy, z wykorzystaniem programu VEROAD [8], uwzględnia to obciążenie ruchome – z pominięciem nieznacznych w tym przypadku efektów dynamicznych spowodowanych siłami bezwładności d'Alemberta w nawierzchni [9].

2. Obliczenia półdwrotne

Określenie wartości modułów sztywności warstw konstrukcji nawierzchni drogowej na podstawie zmierzonych ugięć tej nawierzchni wymaga zastosowania tzw. obliczeń półdwrotnych. Ogólny schemat obliczeń przedstawiony jest na rysunku 2.1. Pierwszym krokiem jest przyjęcie początkowych wartości modułów sztywności (ang. seed moduli), dla których wykonywane są obliczenia nawierzchni. Szczegóły dotyczące metod obliczeniowych opisane są w rozdziale 3. Następnie ugięcia zmierzone porównywane są z ugięciami obliczonymi.

W przypadku badania FWD najczęściej analizowane są maksymalne w czasie ugięcia w punktach o określonej odległości od osi obciążenia rozłożonego równomiernie na powierzchni kołowej – zwykle w punktach pomiaru, tj. punktach określających położenie czujników ugięć – geofonów. W pracy wykonano obliczenia półdwrotne dla tzw. czasu ugięć nawierzchni, określonej przez siedem punktów położonych w odległości od osi obciążenia kolejno o: 0 m; 0,2 m; 0,3 m; 0,6 m; 0,9 m; 1,2 m; 1,5 m. Miara podobieństwa ugięć zmierzonych i obliczonych zdefiniowana jest przez funkcje przedstawione w rozdziale 5. Celem obliczeń jest znalezienie minimum tej funkcji. Minimum powinno być wystarczają-

co blisko wartości zerowej – zgodnie z przyjętym warunkiem końca obliczeń. W przypadku gdy, zgodnie z przyjętym kryterium, przy założonych wartościach modułów sztywności miara różnic ugięć zmierzonych i obliczonych przekracza założony poziom, należy zmodyfikować założone wartości współczynników materiałowych. Sposób określenia nowych modułów sztywności opisany jest w rozdziale 4. Procedura jest powtarzana aż do otrzymania wyników obliczeń ugięć wystarczająco bliskich ugięciom zmierzonym.



Rysunek 2.1. Schemat obliczeń półdwrotnych

3. Wyznaczanie ugięć nawierzchni

Podstawowym elementem wykonywania obliczeń półdwrotnych jest wyznaczenie wartości ugięć nawierzchni przy założonym modelu tej nawierzchni oraz jej obciążenia. Stosując obliczenia półdwrotne należy rozróżnić specyfikę pomiaru ugięć za pomocą TSD oraz FWD (ugięcia te są porównywane z obliczonymi). W pierwszym przypadku mamy do czynienia z badaniem ciągłym, gdzie obciążenie od osi pojazdu jest stałe, a siła przesuwa się wzdłuż osi drogi. W przypadku wykorzystania FWD obciążenie nie przesuwa się wzdłuż drogi –

jest przyłożone w punkcie, a wartość siły obciążenia jest zmienna w czasie (ma charakter uderowy).

W celu prezentacji metody obliczeń półodwrotnych przyjęto pewną konstrukcję nawierzchni podatnej, która modelowana jest jako półprzestrzeń warstwowa [10,11]. Warstwy materiałowe nawierzchni przyjęto jako liniowo-sprężyste [12]. Założono trzy warstwy o stałej grubości, jednorodne i izotropowe. Pierwsza warstwa modeluje układ warstw asfaltowych, kolejna podbudowę z kruszywa, a trzecia podłoże gruntowe. Przyjęto ciągłość przemieszczeń na wspólnych powierzchniach warstw materiałowych – fizycznie oznacza to ich pełną szczepność. Dane materiałowe (moduły Younga E , współczynniki Poissona ν , gęstości mas ρ) oraz grubości poszczególnych warstw h konstrukcji przedstawiono w tabelicy 3.1. Obliczono ugięcia przyjętej konstrukcji nawierzchni, które traktowane są jako ugięcia referencyjne i dla których przeprowadzane będą obliczenia półodwrotne – ugięcia te będą określane jako ugięcia zmierzone. Modułami sztywności warstw nawierzchni są moduły sprężystości Younga.

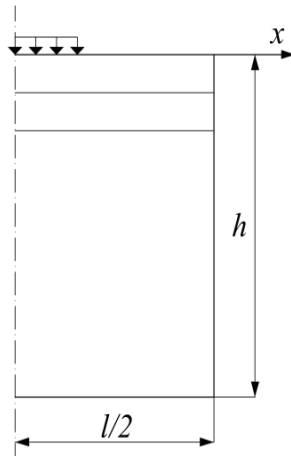
Tabela 3.1. Parametry geometryczne i materiałowe przyjętej konstrukcji nawierzchni drogowej

Lp.	Warstwa	h [cm]	E [MPa]	ρ [kg/m ³]	ν [m/m]
1.	Warstwa asfaltowa	22	7200	2610	0,3
2.	Podbudowa z kruszywa	20	320	2250	0,3
3.	Podłoże gruntowe	∞	80	1800	0,35

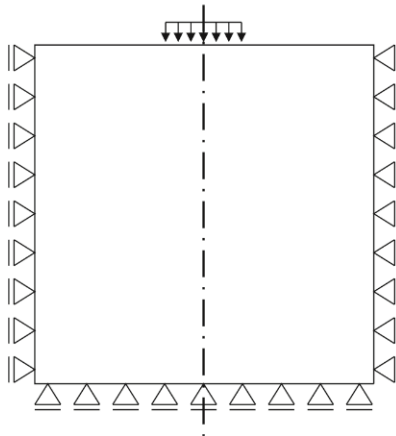
W przypadku obliczeń za pomocą programu VEROAD (dotyczących stosowania urządzenia TSD), przyjęto obciążenie równomiernie rozłożone na powierzchni kołowej o promieniu $r = 0,1368$ m, o wypadkowej sile $P = 50$ kN (połowa nacisku osi standardowej równego 100 kN) i intensywności $p_0 = 850$ kPa (wtedy $r = \sqrt{(P / \pi p_0)}$), poruszające się z prędkością 60 km/h.

Do obliczeń za pomocą MES z użyciem programu Abaqus (dotyczących stosowania FWD) przyjęto obciążenie zmienne w czasie, opisane funkcją $p(t) = p_0 \times \sin(\pi t/T)$, przy czasie obciążenia równym 0,03 s ($T = 0,06$ s), co symuluje działanie FWD. Obciążenie jest rozłożone równomiernie na powierzchni kołowej o promieniu również $r = 0,1368$ m o intensywności maksymalnej $p_0 = 850$ kPa i wypadkowej maksymalnej sile $P_0 = 50$ kN. Ponadto (w obliczeniach za pomocą MES) przyjęto osiowosymetryczny model geometryczny nawierzchni w kształcie walca o takim rozmiarze, aby nie doszło do odbicia fali od brzegu obszaru w przypadku obliczeń dynamicznych (wysokość $h = 8$ m i średnicę $l = 9$ m tego obszaru walcowego) oraz o rozmiarach: wysokość $h = 22$ m i średnicę $l = 7$ m do porównawczych obliczeń statycznych, które pozwalają otrzymać wartości

ugięcia zgodne z rozwiązaniami analitycznymi [10] (np. w programie VEROAD). Model nawierzchni przedstawiono na rysunku 3.1. Założone warunki brzegowe na granicy obszaru walcowego przedstawiono na rysunku 3.2. Zastosowano elementy skończone z kwadratowymi funkcjami kształtu i całkowaniem zredukowanym CAX8R [5]. Siatka MES zapewnia wystarczającą dokładność obliczeń. W obszarze koncentracji naprężeń przyjęto rozmiar oczka siatki równy 1×1 cm – łącznie siatka, w przypadku obliczeń dynamicznych, składa się z 7820 elementów.



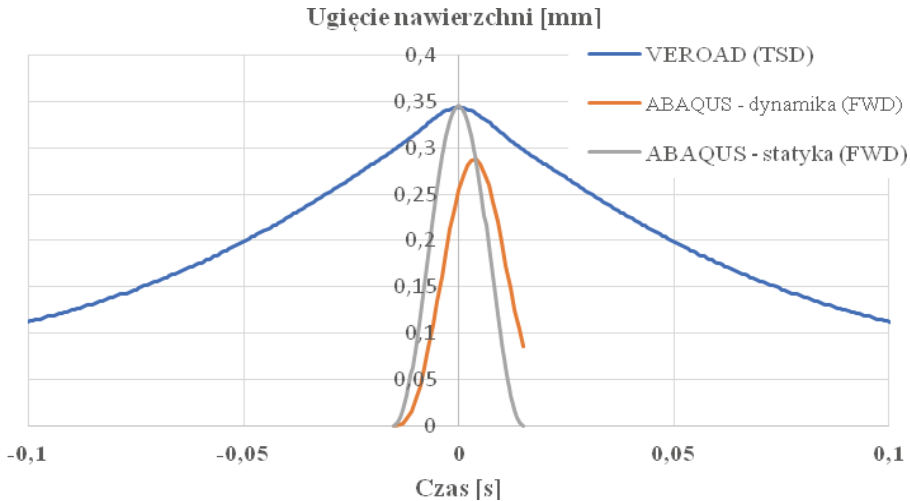
Rysunek 3.1. Wycinek obrotowo symetrycznego obszaru walcowego nawierzchni modelowanego z wykorzystaniem MES



Rysunek 3.2. Warunki brzegowe przyjęte w modelu MES

W celu porównania, wartości ugięć rozważanej konstrukcji otrzymane w przypadku modelu obliczeniowego w programie VEROAD oraz w przypadku modelu skończenie elementowego przy użyciu programu Abaqus, dla param-

trów materiałowych z tablicy 3.1, przedstawione są na rysunku 3.3. Otrzymane wyniki wskazują na różnice ugięć traktowanych jako zaobserwowane, służące na użytek tej pracy do symulowania badania TSD oraz FWD. Dodatkowo widoczny jest istotny wpływ efektów dynamicznych na ugięcia pod obciążeniem udarowym.



Rysunek 3.3. Wykresy ugięcia powierzchni dla symulacji badania TSD oraz badań FWD

4. Określanie wartości współczynników materiałowych w kolejnych krokach obliczeń

W ramach obliczeń półodwrotnych konieczne jest określenie minimum funkcji opisanej w rozdziale 5. Porównano wykorzystanie dwóch metod – metodę siecznych oraz metodę Neldera-Meada [13,14], która jest szczególnie szeroko stosowana w procesie minimalizacji używanym w obliczeniach półodwrotnych powierzchni drogowej, na przykładzie symulowanych numerycznie badań z użyciem FWD.

Proces określenia modułów sztywności warstw konstrukcyjnych powierzchni drogowej jest iteracyjny. W kolejnych krokach przyjmowana jest zmiana każdego z modułów sztywności tak, aby uzyskiwane wartości ugięć zbliżały się do ugięć zmierzonych. W pierwszym kroku moduły sztywności (przyjęte jako moduły sprężystości) mają wartości: 5000 MPa w przypadku warstwy asfaltowej, 100 MPa – podbudowy oraz 50 MPa – podłoża.

Wprowadźmy oznaczenia służące wyjaśnieniu procedury określania modułu sztywności w kroku $i+1$. Moduły powierzchni oznaczmy, jako:

- $E_{a,i}$ – moduł sztywności warstw asfaltowych w i -tym kroku,
- $E_{p,i}$ – moduł sztywności podbudowy w i -tym kroku,

- $E_{g,i}$ – moduł sztywności podłoża w i -tym kroku,
- $E_{a,i+1}$ – moduł sztywności warstw asfaltowych w $i+1$ kroku,
- $E_{p,i+1}$ – moduł sztywności podbudowy w $i+1$ kroku,
- $E_{g,i+1}$ – moduł sztywności podłoża w $i+1$ kroku.

Zmierzone ugięcia nawierzchni w punktach określających położenie geofonów urządzenia FWD – odpowiednio pierwszego, trzeciego oraz siódmego – w i -tym kroku, oznaczamy przez $u_{0,1,i}$, $u_{0,3,i}$, $u_{0,7,i}$.

Dalej opisano metodę siecznych oraz podano przykład obliczeń przy zastosowaniu tej metody. Aby wyznaczyć wartość $i+1$ modułu sztywności wykorzystano względne zmiany wartości ugięć wynikające z modyfikacji modułu sztywności jako modułu sprężystości. Wyznaczono je przez wykonanie obliczeń przy zwiększonych wartościach modułów – obliczenia osobno przy zwiększonym module sprężystości dla każdej z trzech warstw:

- względne zmiany uzyskane na podstawie ugięć w i -tym kroku oraz ugięcia nawierzchni przy module sztywności warstw asfaltowych zwiększonym o $\Delta E_a = 500$ MPa

$$s_{1,a} = \frac{u_{0,1}(E_{a,i} + \Delta E_a, E_{p,i}, E_{g,i}) - u_{0,1,i}}{\Delta E_a}, \quad (4.1)$$

$$s_{3,a} = \frac{u_{0,3}(E_{a,i} + \Delta E_a, E_{p,i}, E_{g,i}) - u_{0,3,i}}{\Delta E_a}, \quad (4.2)$$

$$s_{7,a} = \frac{u_{0,7}(E_{a,i} + \Delta E_a, E_{p,i}, E_{g,i}) - u_{0,7,i}}{\Delta E_a}; \quad (4.3)$$

- względne zmiany uzyskane na podstawie ugięć w i -tym kroku oraz ugięcia nawierzchni przy module sztywności podbudowy zwiększonym o $\Delta E_p = 50$ MPa

$$s_{1,p} = \frac{u_{0,1}(E_{a,i}, E_{p,i} + \Delta E_p, E_{g,i}) - u_{0,1,i}}{\Delta E_p}, \quad (4.4)$$

$$s_{3,p} = \frac{u_{0,3}(E_{a,i}, E_{p,i} + \Delta E_p, E_{g,i}) - u_{0,3,i}}{\Delta E_p}, \quad (4.5)$$

$$s_{7,p} = \frac{u_{0,7}(E_{a,i}, E_{p,i} + \Delta E_p, E_{g,i}) - u_{0,7,i}}{\Delta E_p}; \quad (4.6)$$

- względne zmiany uzyskane na podstawie ugięć w i -tym kroku oraz ugięcia nawierzchni przy module sztywności podłoża zwiększonym o $\Delta E_g = 10$ MPa

$$s_{1,g} = \frac{u_{0,1}(E_{a,i}, E_{p,i}, E_{g,i} + \Delta E_g) - u_{0,1,i}}{\Delta E_g}, \quad (4.7)$$

$$s_{3,g} = \frac{u_{0,3}(E_{a,i}, E_{p,i}, E_{g,i} + \Delta E_g) - u_{0,3,i}}{\Delta E_g}, \quad (4.8)$$

$$s_{7,g} = \frac{u_{0,7}(E_{a,i}, E_{p,i}, E_{g,i} + \Delta E_g) - u_{0,7,i}}{\Delta E_g}, \quad (4.9)$$

gdzie symbol $u_{0,1,i} = u_{0,1}(E_{a,i}, E_{p,i}, E_{g,i})$ oznacza obliczone ugięcie w punkcie określającym położenie pierwszego czujnika pomiarowego (geofonu) przy wartościach modułów $E_{a,i}$, $E_{p,i}$, $E_{g,i}$ odpowiednio warstw asfaltowych, podbudowy oraz podłoża. Następnie z układu równań (4.10) obliczono wartości modyfikujące moduły sztywności warstw konstrukcji nawierzchni. Oznaczone są one symbolami: $\Delta E_{a,i}$, $\Delta E_{p,i}$, $\Delta E_{g,i}$. Obliczane są one przy założeniu, że ich przyrost będzie miał proporcjonalny wpływ na zmianę wartości ugięć, jak dodanie wartości ΔE_a , ΔE_p , ΔE_g przy obliczaniu współczynników $s_{1,a}$, $s_{1,p}$, $s_{1,g}$, ..., $s_{7,g}$.

$$\begin{bmatrix} s_{1,a} & s_{1,p} & s_{1,g} \\ s_{3,a} & s_{3,p} & s_{3,g} \\ s_{7,a} & s_{7,p} & s_{7,g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{a,i} \\ \Delta E_{p,i} \\ \Delta E_{g,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{m,1} - u_{0,1,i} \\ u_{m,3} - u_{0,3,i} \\ u_{m,7} - u_{0,7,i} \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

gdzie $u_{m,1}$, $u_{m,3}$, $u_{m,7}$ to ugięcia zmierzone w punktach określających położenia geofonów 1, 3 i 7.

Uzyskane z układu równań (4.10) modyfikacje współczynników materiałowych służą określeniu modułów sztywności w kolejnym kroku, zgodnie ze wzorami:

$$E_{a,i+1} = E_{a,i} + \Delta E_{a,i}, \quad (4.11)$$

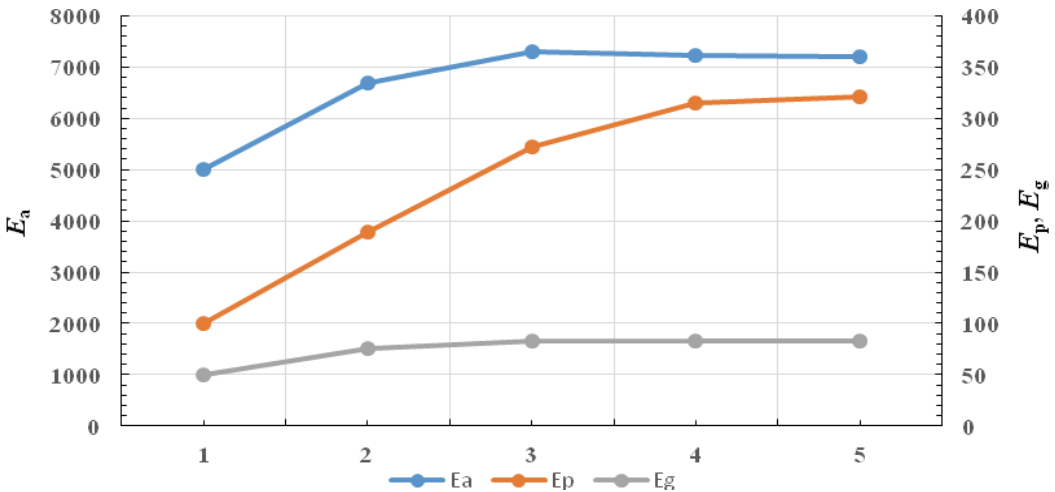
$$E_{p,i+1} = E_{p,i} + \Delta E_{p,i}, \quad (4.12)$$

$$E_{g,i+1} = E_{g,i} + \Delta E_{g,i}. \quad (4.13)$$

Przedstawiony sposób wyznaczania modułów sztywności nawierzchni jest szybko zbieżny (w prezentowanym przykładzie w pięciu krokach). Dalej podano zastosowanie omawianego algorytmu obliczeń wraz z wartościami modułów sztywności i ugięć w poszczególnych krokach metody. W tabelicy 4.1 zamieszczono wartości modułów sztywności określone w pięciu krokach algorytmu obliczeń, które rozpoczyna się od wartości modułów sztywności warstw asfaltowych, podbudowy oraz podłoża gruntowego przyjętych odpowiednio: 5000 MPa, 100 MPa i 50 MPa. Dodatkowo zmiany wartości tych modułów przedstawione są na rysunku 4.1.

Tabela 4.1. Wartości wyznaczonych współczynników materiałowych w kolejnych krokach metody siecznych

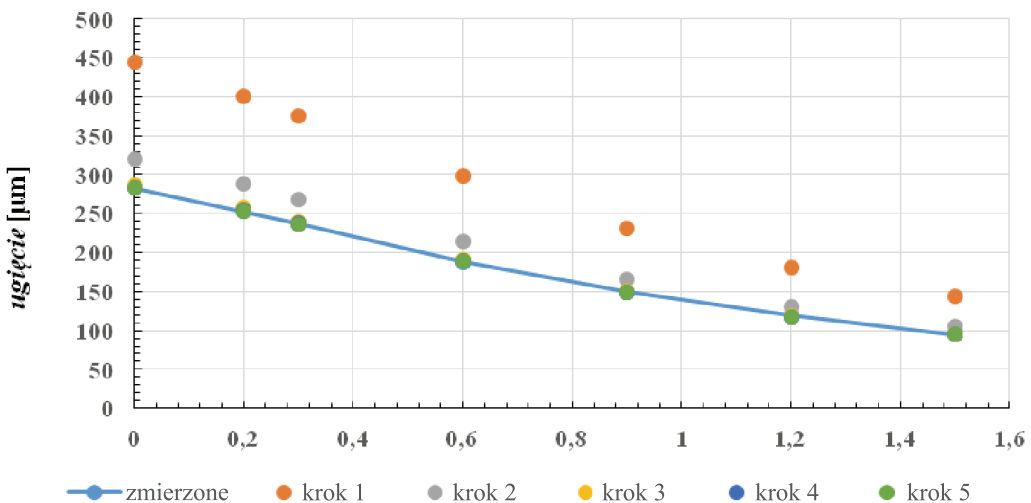
Krok	E_a	E_p	E_g
Krok 1	5000	100	50
Krok 2	6684	189	75
Krok 3	7311	272	83
Krok 4	7222	315	83
Krok 5	7211	321	83



Rysunek 4.1. Wartości współczynników materiałowych otrzymywane w kolejnych krokach – metoda siecznych

Tablica 4.2. Wartości ugięć otrzymywane w kolejnych krokach obliczeń

Typ ugięcia	u_1 [μm]	u_2 [μm]	u_3 [μm]	u_4 [μm]	u_5 [μm]	u_6 [μm]	u_7 [μm]	RMS
ugięcia zmierzone	282,6	252,6	236,6	187,5	149,6	119,8	94,8	–
ugięcia – krok 1	444,3	401,1	375,1	297,5	231,0	180,0	143,4	126,09
ugięcia – krok 2	320,8	288,3	268,7	213,6	166,5	130,5	104,4	29,32
ugięcia – krok 3	286,6	257,5	240,2	191,5	150,5	118,5	95,3	3,12
ugięcia – krok 4	283,1	254,1	237,1	189,3	149,1	117,8	94,9	0,40
ugięcia – krok 5	282,7	253,6	236,6	189,0	148,9	117,7	94,8	0,06



Rysunek 4.2. Ugięcia otrzymywane w poszczególnych krokach obliczeń współczynników materiałowych – metoda siecznych

W tablicy 4.2 przedstawiono otrzymane wartości ugięć w poszczególnych krokach obliczeń wraz z wartością błędu RMS (por. p. 5, wzór (5.1)) obliczoną na podstawie ugięć w położeniach geofonów numer 1, 3, 7. Stosowana metoda gwarantuje szybką zbieżność obliczanych wartości ugięć do wartości, które są lub mogą być traktowane jako zmierzone. Różnice między ugięciami zmierzonymi, a ich wartościami otrzymanymi z obliczeń są mniejsze niż dokładność pomiarowa w badaniu FWD. Wartości ugięć w poszczególnych krokach obliczeń przedstawione są również na rysunku 4.2.

Metoda numeryczna Nelder-Mead [14] pozwala określić minimum funkcji bez konieczności wyznaczania pochodnych lub przyrostów funkcji. W zastosowaniu tej metody do obliczeń półodwrotnych zakłada się cztery kombinacje warto-

ści współczynników materiałowych warstw nawierzchni (liczba wyznaczanych parametrów plus 1), na przykład:

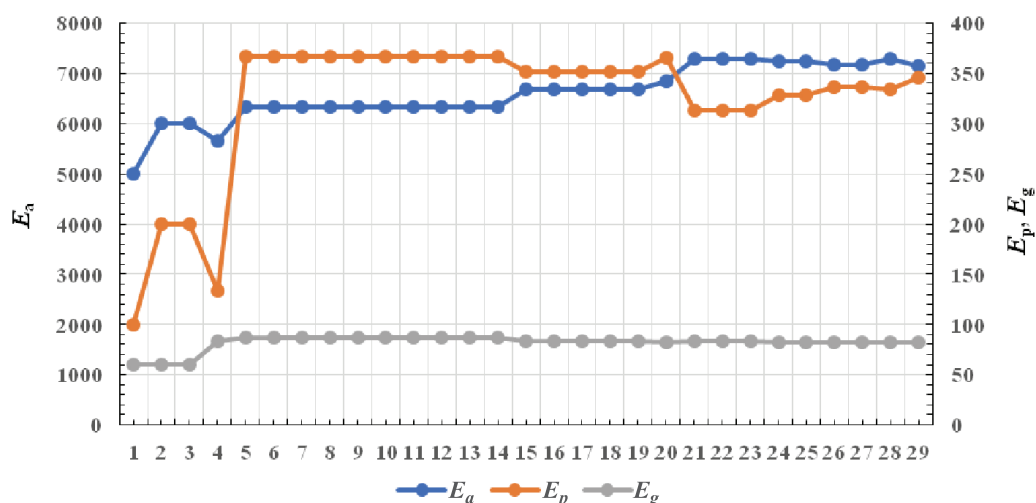
- $E_a = 5000$ MPa, $E_p = 100$ MPa, $E_g = 50$ MPa;
- $E_a = 6000$ MPa, $E_p = 100$ MPa, $E_g = 50$ MPa;
- $E_a = 5000$ MPa, $E_p = 200$ MPa, $E_g = 50$ MPa;
- $E_a = 5000$ MPa, $E_p = 100$ MPa, $E_g = 60$ MPa.

Dla każdej z tych kombinacji obliczono wartości ugięć nawierzchni, a następnie wartość funkcji różnicy między ugięciami obliczonymi, a odpowiadającymi im ugięciami zmierzonymi. Na podstawie wartości tej funkcji określono kolejną kombinację wartości modułów sztywności warstw, którą zastąpiono kombinacją z obliczonymi wartościami ugięć najbardziej odległymi od ugięć zmierzonych. Wartości modułów sztywności w każdym kroku określane są na podstawie jednej z czterech operacji: odbicia, ekspansji, kontrakcji lub kurczenia. Wybór operacji zależy od wartości funkcji minimalizowanej dla poszczególnych kombinacji parametrów (szczegóły tego algorytmu opisano w pracy [14]).

W tabelicy 4.3 zamieszczono wartości modułów sztywności (tj. modułów sprężystości warstw) określone dla poszczególnych kroków. Dodatkowo zmiany wartości tych modułów przedstawione są na rysunku 4.3. Ostatecznie otrzymano wartości modułów sztywności warstw asfaltowych, podbudowy i podłoża gruntowego równe odpowiednio 7142 MPa, 346 MPa, 82 MPa. Celem porównania, w przypadku zastosowania metody siecznych wartości te wynosiły: 7211 MPa, 321 MPa, 83 MPa. Różnica względna między modułem sztywności warstw asfaltowych wejściowych (na podstawie których określono czaszę ugięć), a obliczonych wyniosła 0,15% w przypadku metody siecznych i 0,81% w przypadku metody Neldera-Meada.

Tabela 4.3. Wartości otrzymywanych współczynników materiałowych – metoda Neldera-Meada

Krok	$E_{a,1}$ [MPa]	$E_{p,1}$ [MPa]	$E_{g,1}$ [MPa]	$E_{a,2}$ [MPa]	$E_{p,2}$ [MPa]	$E_{g,2}$ [MPa]	$E_{a,3}$ [MPa]	$E_{p,3}$ [MPa]	$E_{g,3}$ [MPa]	$E_{a,4}$ [MPa]	$E_{p,4}$ [MPa]	$E_{g,4}$ [MPa]
Krok 1	5000	100	60	5000	200	50	6000	100	50	5000	100	50
Krok 2	6000	200	60	5000	100	60	5000	200	50	6000	100	50
Krok 3	6000	200	60	4667	233	63	5000	100	60	5000	200	50
Krok 4	5667	133	83	6000	200	60	4667	233	63	5000	100	60
.....												
Krok 26	7176	336	83	7254	328	82	7289	313	83	6854	365	82
Krok 27	7176	336	83	7254	328	82	7433	306	83	7289	313	83
Krok 28	7286	334	82	7176	336	83	7254	328	82	7433	306	83
Krok 29	7142	346	82	7286	334	82	7176	336	83	7254	328	82

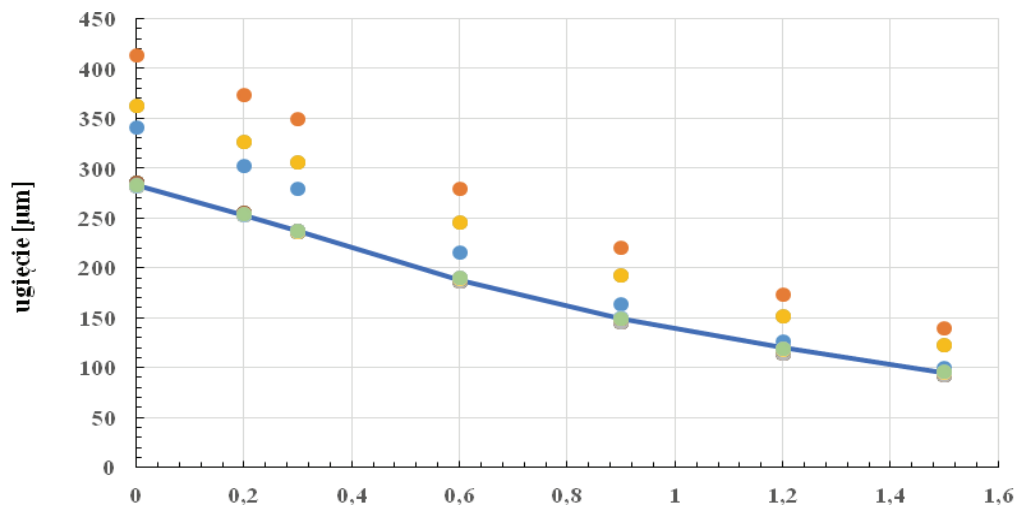


Rysunek 4.3. Wartości otrzymywanych współczynników materiałowych – metoda Nelder-Meada

W tabelicy 4.4 przedstawiono otrzymane wartości ugięcia w poszczególnych krokach obliczeń wraz z wartością błędu średniokwadratowego RMS (wzór (5.1)). Metoda jest wolniej zbieżna niż metoda siecznych. Różnice między ugięciami zmierzonymi, a otrzymanymi z obliczeń są nieco większe niż w przypadku metody siecznych – otrzymana wartość błędu RMS wynosi 0,4 μm . Wartości ugięć w poszczególnych krokach obliczeń przedstawione są również na rysunku 4.4.

Tablica 4.4. Wartości otrzymywanych ugięć

Typ ugięcia	u_1 [μm]	u_2 [μm]	u_3 [μm]	u_4 [μm]	u_5 [μm]	u_6 [μm]	u_7 [μm]	RMS
ugięcia zmierzone	282,60	252,60	236,60	187,50	149,60	119,80	94,80	–
ugięcia – krok 1	413,72	372,94	349,07	279,75	219,99	173,48	139,41	103,01
ugięcia – krok 2	361,93	326,13	305,90	245,13	192,85	152,02	122,01	62,81
ugięcia – krok 3	361,93	326,13	305,90	245,13	192,85	152,02	122,01	62,81
ugięcia – krok 4	340,62	301,68	279,13	215,06	163,56	125,87	100,01	41,64
...								
ugięcia – krok 26	281,86	252,83	235,89	188,59	148,73	117,59	94,78	0,59
ugięcia – krok 27	281,86	252,83	235,89	188,59	148,73	117,59	94,78	0,59
ugięcia – krok 28	282,10	253,37	236,54	189,59	149,70	118,48	95,53	0,51
ugięcia – krok 29	282,76	253,65	236,69	189,54	149,62	118,41	95,48	0,41



Rysunek 4.4. Wartości ugięć w poszczególnych krokach obliczeń współczynników materiałowych – metoda Nelder-Mead

5. Miara porównawcza linii ugięć zmierzonych z obliczonymi

Istotnym elementem obliczeń półdwrotnych jest funkcja określająca różnicę pomiędzy przemieszczeniami zmierzonymi (lub traktowanymi jako zmierzone), a przemieszczeniami otrzymanymi z obliczeń półdwrotnych. Przeanalizowane zostaną dwie funkcje – różnica średniokwadratowa RMS oraz różnica AVCF (ang. Area Value with Correction Factor) opisana w pracy [15].

W pierwszej kolejności jako odległość między krzywymi ugięć przyjęto różnicę średnio-kwadratową między ugięciami obliczonymi, a wartościami ugięć zmierzonych [16]:

$$\text{RMS} = \sqrt{\sum_i \frac{(u_{m,i} - u_{o,i})^2}{n}}, \quad (5.1)$$

gdzie $u_{m,i}$ – ugięcie zmierzone w punkcie i -ym dla danej czaszy ugięć [μm], $u_{o,i}$ – ugięcie obliczone dla tego punktu [μm], n – liczba punktów pomiarowych.

Jako warunek zakończenia obliczeń przyjęto wartość RMS na poziomie $0,5 \mu\text{m}$. W przypadku miary AVCF większy wpływ na różnice między krzywymi ugięć zmierzonych i wyznaczonych z obliczeń mają ugięcia bliższe osi obciążenia. Różnica ta wyraża się wzorami:

$$\delta_{AVCF} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{A_i^o - A_i^m}{A_i^m} \right)^2} + \left| \frac{u_1^o - u_1^m}{u_1^m} \right|, \quad (5.2)$$

$$A_k = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} (u_i + u_{i+1})(r_{i+1} - r_i)}{2u_1}, \quad (5.3)$$

gdzie:

- n – liczba punktów, w których mierzone są ugięcia,
- u_i – wartość przemieszczenia w i -tym punkcie pomiarowym,
- r_i – wartość odległości i -tego punktu od osi obciążenia,
- m, o – indeksy wskazujące na zmierzone i obliczone wartości ugięć.

Dokonano obliczeń półodwrotnych za pomocą metody Nelson-Meada przy użyciu odpowiednio różnicy średniokwadratowej oraz różnicy AVCF. W tabelicy 5.1 przedstawiono otrzymane ugięcia, a w tabelicy 5.2 – moduły sztywności. W przypadku obliczeń z zastosowaniem miary AVCF otrzymano wyższe wartości modułu sztywności (8064 MPa) warstw asfaltowych oraz niższe wartości modułu sztywności podbudowy. Różnice są duże i wskazują na wrażliwość obliczeń półodwrotnych na stosowaną funkcję różnic między czaszami ugięć. W przypadku miary AVCF wartość różnicy ugięcia w osi obciążenia jest równa zeru, ale pozostałe ugięcia w istotny sposób odbiegają od ugięć zmierzonych, które mogą być obarczone różnego typu nieścisłościami (wynikającymi z techniki pomiarów).

Tablica 5.1. Wartości przemieszczeń ostatecznych przy różnych miarach różnic między czaszami ugięć

Metoda	u_1 [μm]	u_2 [μm]	u_3 [μm]	u_4 [μm]	u_5 [μm]	u_6 [μm]	u_7 [μm]
ugięcia zmierzone	282,60	252,60	236,60	187,50	149,60	119,80	94,80
RMS	282,76	253,65	236,69	189,54	149,62	118,41	95,48
AVCF	282,60	255,16	238,36	189,32	147,63	115,42	92,37

Tablica 5.2. Wartości wyznaczonych modułów sztywności przy różnych miarach różnic między czaszami ugięć

Metoda	E_a	E_p	E_g
RMS	7142	346	82
AVCF	8064	171	88

6. Podsumowanie

W pracy opisano przykłady obliczeń półdwrotnych służących wyznaczaniu parametrów materiałowych nawierzchni drogowych podatnych. Jednym z kluczowych zagadnień związanych z zastosowaniem tego typu obliczeń półdwrotnych jest wybór odpowiedniego modelu obliczeniowego i wyznaczenie stanu przemieszczeń nawierzchni. W przypadku obciążeń udarowych zastosowano metodę elementów skończonych. Pozwoliło to przeprowadzić obliczenia z uwzględnieniem sił inercji, co ma istotny wpływ na wyniki. Dla obciążenia kołem pojazdu efekty dynamiczne nie odgrywają znaczącej roli.

Dodatkowo istotnym aspektem jest wybór algorytmu minimalizującego funkcję różnicy ugięć nawierzchni w ramach obliczeń półdwrotnych. Przedstawiono sposób działania oparty na metodzie siecznych oraz na algorytmie Neldera-Meada. Sposób oparty na metodzie siecznych jest szybciej zbieżny. Należy jednak zwrócić uwagę, że w literaturze szerzej stosowany jest algorytm Neldera-Meada, ze względu na mniejszą czułość na niepewności pomiarowe. Oba sposoby działania dały minimalnie różne wyniki – w przypadku metody siecznych moduły sztywności warstw asfaltowych, podbudowy oraz podłoża wyniosły odpowiednio: 7211 MPa, 321 MPa oraz 83 MPa, a z algorytmu Neldera-Meada: 7142 MPa, 346 MPa oraz 82 MPa. W pracy przedstawiono także wpływ przyjęcia funkcji porównującej ugięcia zmierzone z obliczonymi na otrzymane wyniki parametrów materiałowych. Różnica dla dwóch zastosowanych funkcji w odniesieniu do modułu sztywności warstw asfaltowych wyniosła około 13%.

Bibliografia

- [1] Judycki J. (ed.): Analizy i projektowanie konstrukcji nawierzchni podatnych i półsztywnych, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, 2014.
- [2] Smith K., Bruinsma J., Wade M., Chatti K., Vandebossche J., Yu H.: Using Falling Weight Deflectometer Data with Mechanistic-Empirical Design and Analysis, Volume I. Final Report Federal Highway Administration, 2017.
- [3] Firlej S.: Wyznaczanie parametrów modelu nawierzchni drogowej z dynamicznych badań FWD, Politechnika Lubelska, Lublin 2015.
- [4] Nasimifar M., Thyagarajan S., Sivanesarwan N.: Backcalculation of flexible pavement layer moduli from traffic speed deflectometer data, Transportation Research Record, 2017, 2641(1), p. 66–74.
- [5] ABAQUS Analysis User's Manual, Ver. 6.8, 2008
- [6] Tutka P., Nagórski R.: Analiza dynamiczna nawierzchni drogowej pod obciążeniem impulsowym, Autobusy: technika, eksploatacja, systemy transportowe, 18, 2017.
- [7] Zbiciak A., Brzeziński K., Michalczyk R.: Analiza wpływu obciążeń dynamicznych na zachowanie się lepko-sprężystego modelu nawierzchni drogowej, Logistyka, 3, 2014, s. 7037–7045.
- [8] Hopman P.C.: The Visco-Elastic Multilayer Program VEROAD, Heron, Vol. 41, No 1, 1996.

- [9] Tutka P., Nagórski R.: Wybrane zagadnienia dynamiki nawierzchni drogowej podatnej. Zastosowanie MES przy wykorzystaniu programu ABAQUS, TTS Technika Transportu Szybowego, EMI-PRESS, vol. 19, nr 12, 2015, s. 1588–1594CD.
- [10] Złotowska M.: Dobór rozmiarów obszaru wielowarstwowej półprzestrzeni sprężystej do modelowania MES w analizie statycznej nawierzchni drogowej podatnej, Autobusy. Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe, Instytut Naukowo-Wydawniczy „Spatium” , nr 12, 2016, s. 1532–1535.
- [11] Nagórski, R., Błazejewski, K., Nagórska M.: Studium właściwości mechanicznych konstrukcji nawierzchni drogowej podatnej z uwzględnieniem trwałości. Zagadnienia wybrane, w serii Studia z zakresu inżynierii, pod patronatem Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej Polskiej Akademii Nauk, nr 87, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2014, s. 135.
- [12] Judycki J.: Katalog typowych konstrukcji nawierzchni podatnych i półsztywnych, Politechnika Gdańska, GDDKiA, Gdańsk 2012.
- [13] Pożarycki A., Górnaś P.W.: Filtracja efektów dynamicznych wywołanych w nawierzchni podczas badań ugięciomierzem FWD, Drogownictwo, 13, 2017.
- [14] Gao F., Han L.: Implementing the Nelder-Mead simplex algorithm with adaptive parameters. Computational Optimization and Applications, 51(1), 2012, p. 259–277.
- [15] Sangghaleh A., Pan E., Green R., Wan R., Liu X., Cai Y.: Backcalculation of pavement layer elastic modulus and thickness with measurement errors, International Journal of Pavement Engineering, 15(6), 2014, p. 521–531.
- [16] Pierce L. M., et al.: Using Falling Weight Deflectometer Data with Mechanistic-Empirical Design and Analysis, Guidelines for Deflection Testing, Analysis, and Interpretation, Volume 3, Federal Highway Administration 1200, 2010.

Abstract

The paper deals with the method of backcalculation used to determine material parameters of flexible road pavements in non-destructive testing *in situ*. These tests are based on the measurement of pavement deflections under a known load. Then, as a result of an iterative process, the material parameters (for which the calculated displacements are comparable with the assumed approximation with the measured ones) are determined. The calculation for the impact load of pavement (test FWD – Falling Weight Deflectometer) and for moving load (test TSD – Traffic Speed Deflectometer) were considered. The influence of use of various minimization algorithms on the calculation results was analyzed. The Nelder-Mead algorithm and the secant method were applied. Special attention was paid to the method of calculating the deflections of the pavement in the process of backcalculation. Calculations were carried out using Abaqus and VEROAD programs. The necessity of dynamic calculations for FWD and differences in TSD and FWD results were pointed out. Additionally, the influence of the function comparing the measured deflections with the calculated deflections on the obtained material parameters was presented.